Vlnové vlastnosti světla

6.46 Vlnová délka červeného světla ve vodě je rovna vlnové délce zeleného světla ve vzduchu. Voda je osvětlena zeleným světlem. Jakou barvu vnímá člověk, jestliže pod vodou otevře oči?

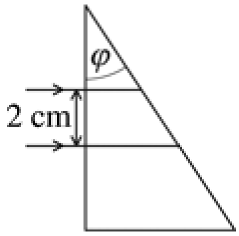
6.47 Do láhve ze zeleného skla nalijeme červený inkoust. Jak se nám bude jevit barva inkoustu v láhvi? Objasněte.

6.48 Povrch oceli zahřívané na teplotu vyšší než 250 °C se pokrývá tenkou vrstvou oxidů železa. Přitom se povrch oceli duhově zbarvuje. Ověřte si to pokusem. Uchopte do kleští žiletku a zahřejte ji nad plamenem. Objasněte zbarvení povrchu oceli.

6.49 Můžeme dvě hvězdy na obloze považovat za koherentní zdroje světla? Odpověď zdůvodněte.

6.50 Dráhový rozdíl dvou paprsků koherentního světla, které spolu interferují, je $\lambda/4$. Určete fázový rozdíl světelných vln.

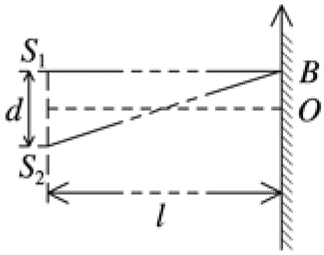
6.51 Dva rovnoběžné paprsky dopadají na skleněný hranol o indexu lomu 1,5. Tvar hranolu je patrný z obr. 6-51 [6-15]; lámavý úhel hranolu je 30°. Určete dráhový rozdíl paprsků po průchodu hranolem.



Obr. 6-51

6.52 Dva koherentní světelné paprsky dospívají do určitého bodu s dráhovým rozdílem 2,0 μm. Uvažte, zda se osvětlení v tomto bodě interferencí zesílí, popř. zeslabí v případech, že světlo je a) červené (660 nm), b) žluté (570 nm), c) fialové (400 nm).

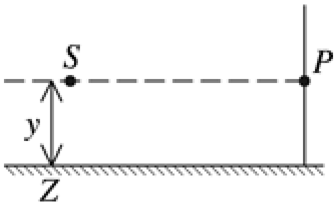
6.53 Dva bodové zdroje koherentního světla vyzařují ve vzduchu monofrekvenční světlo o vlnové délce 600 nm. Na stínítku ve vzdálenosti 3,0 m (obr. 6-53 [6-16]) určete polohu bodu, v němž je první interferenční maximum. Vzájemná vzdálenost zdrojů světla je 0,50 mm.



Obr. 6-53

6.54 Jak se změní interferenční obrazec z předcházející úlohy, a) jestliže se zvětší vzdálenost zdrojů od stínítka, b) jestliže se při dané vzdálenosti od stínítka zmenší vzájemná vzdálenost zdrojů, c) jestliže zdroje světla budou vyzařovat světlo kratší vlnové délky?

6.55 Zdroj světla *S* a rovinné zrcadlo jsou umístěny podle obr. 6-55 [6-17]. Určete podmínku vzniku interferenčního maxima v bodě *P*.

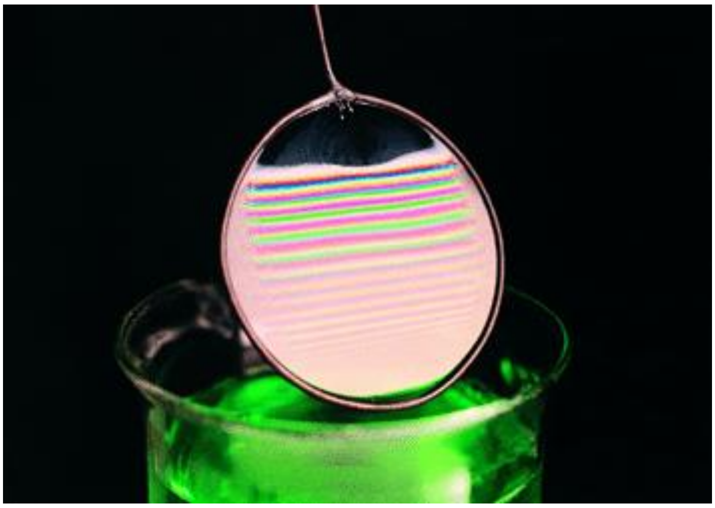


Obr. 6-55

6.56 Mezi dvěma planparalelními skleněnými destičkami se nachází vlas, takže vzniká klínová vrstva vzduchu. Při odrazu monofrekvenčního světla od destičky pozorujeme charakteristický interferenční obrazec v podobě světlých a tmavých proužků. Objasněte vznik proužků a určete jejich orientaci a vzájemnou vzdálenost.

6.57 Na tenký skleněný klín dopadá kolmo paprsek monofrekvenčního světla o vlnové délce 600 nm. Určete úhel, který svírají plochy klínu, jestliže interferenční proužky jsou navzájem vzdálené 4,0 mm.

6.58 Jestliže drátěný rámeček namočíme do mýdlového roztoku a umístíme ho svisle, pozorujeme na vzniklé tenké mýdlové bláně v odraženém monofrekvenčním světle interferenční obrazec v podobě vodorovných proužků. Vzdálenosti proužků v horní části blány jsou větší než v dolní části (obr. 6-58 [6-19]). Vysvětlete.



Obr. 6-58

6.59 Jak se změní ohybový obrazec při ohybu na optické mřížce s periodou 0,020 mm, jestliže ji nahradíme optickou mřížkou o periodě 0,010 mm?

6.60 Na optickou mřížku s periodou $3 \cdot 10^{-4}$ cm dopadá světlo o vlnové délce 550 nm. Určete úhly odpovídající směrům ohybových maxim 1., 2. a 3. řádu.

6.61 Určete vzájemnou vzdálenost maxim 2. a 3. řádu ohybového spektra z předcházející úlohy, která vzniknou na stínítku ve vzdálenosti 1,2 m od mřížky.

6.62 Jak se změní ohybové spektrum vytvořené optickou mřížkou, jestliže zvětšíme vzdálenost stínítka od mřížky?

6.63 Ohybová maxima 2. a 3. řádu, která vznikají při ohybu bílého světla (interval vlnových délek 400 nm až 760 nm), se navzájem překrývají. Určete šířku intervalu vlnových délek, v němž se obě ohybová maxima překrývají.

6.64 Optická mřížka má 120 vrypů na 1 mm délky mřížky. Určete vlnovou délku monofrekvenčního světla štěrbinového zdroje, jestliže směry k maximům 1. řádu navzájem svírají úhel 8°.

6.65 Na stínítku ve vzdálenosti 1,0 m od optické mřížky vzniklo při osvětlení monofrekvenčním světlem o vlnové délce 760 nm ohybové maximum 1. řádu ve vzdálenosti 15,2 cm od maxima nultého řádu. Určete periodu optické mřížky. (Poznámka: Vzhledem k tomu, že jsou uvažované úhly malé, můžeme zaměnit tangens a sinus úhlu.)

6.66 Určete celkovou šířku spojitého spektra 1. řádu (interval vlnových délek 380 nm až 760 nm), které vzniklo na stínítku ve vzdálenosti 3 m od optické mřížky s periodou 0,01 mm. (Poznámka: Vzhledem k tomu, že jsou uvažované úhly malé, můžeme zaměnit tangens a sinus úhlu.)

Řešení

Vlnové vlastnosti světla

R6.46 Člověk vnímá barvu zelenou, poněvadž barvu světla neurčuje vlnová délka, ale frekvence, která se při přechodu do jiného optického prostředí nemění.

R6.47 Sklo láhve propouští jen zelené světlo, které inkoust pohlcuje. Proto se inkoust při pohledu zvenku bude jevit černý.

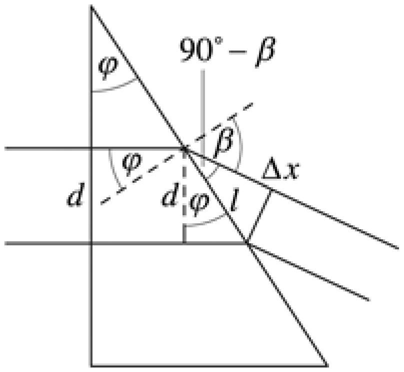
R6.48 Duhové zbarvení je projevem interference světla na tenké vrstvě oxidu železa, jejíž tloušťka není všude stejná.

R6.49 Dvě hvězdy nejsou koherentní zdroje světla, poněvadž jde o dva nezávislé zdroje světla a fáze světelných vlnění se náhodně mění.

R6.50 $\Delta x = \lambda/4$; $\Delta\varphi = ?$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi\frac{\lambda}{4\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

R6.51 $n = 1{,}5$, $\varphi = 30°$, $d = 2$ cm $= 0{,}02$ m; $\Delta x = ?$



Obr. R6-51

$$\cos\varphi = \frac{d}{l}$$

$$\cos(90° - \beta) = \frac{\Delta x}{l}$$

$$\sin\beta = \frac{\Delta x}{d}\cos\varphi$$

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\beta} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin\beta = n\sin\varphi = \frac{\Delta x}{d}\cos\varphi$$

$$\Delta x = dn\,\mathrm{tg}\varphi \approx 1{,}7\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 1{,}7\,\mathrm{cm}$$

R6.52 $\Delta x = 2{,}0\ \mu\mathrm{m} = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ m, $\lambda_1 = 660$ nm $= 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, $\lambda_2 = 570$ nm $= 5{,}7 \cdot 10^{-7}$ m, $\lambda_3 = 400$ nm $= 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ m

a) $k_1 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_1} \approx 3$; světlo se zesílí

b) $k_2 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_2} \approx 3{,}5$; světlo se zeslabí

c) $k_3 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_3} \approx 5$; světlo se zesílí

R6.53 $\lambda = 600\ \text{nm} = 6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $l = 3{,}0\ \text{m}$, $d = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$; $y = ?$

Z obr. 6-53 [6-16] je patrné, že v bodě *B* vznikne interferenční maximum, když $\Delta l = l_2 - l_1 = k\lambda$. Platí:

$$l_1^2 = l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$l_2^2 = l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$$

Rovnice odečteme:

$$l_2^2 - l_1^2 = 2yd$$

Výraz upravíme

$$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2yd$$

a odtud

$$l_2 - l_1 = \frac{2yd}{l_2 + l_1}.$$

Jestliže $y << 1$, je přibližně $l_2 + l_1 = 2l$ a pro vznik interferenčního maxima platí vztah

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{yd}{l} = k\lambda,$$

kde $k = 0, 1, 2, ...$ je řád interferenčního maxima. Pro polohu prvního interferenčního maxima ($k = 1$) platí:

$$y = \frac{l}{d}\lambda = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

R6.54 a) $l_1 > l$, b) $d_1 < d$, c) $\lambda_1 < \lambda$

Pro polohu prvního interferenčního maxima platí:

$$y = \frac{l}{d}\lambda$$

a) $l_1 > l \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zvětší.

b) $d_1 < d \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zvětší.

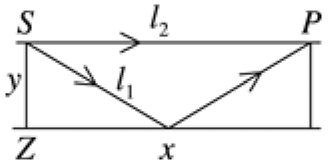
c) $\lambda_1 < \lambda \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zmenší.

R6.55 Obr. R6-55.

Aby v bodě *B* bylo interferenční maximum, musí dráhový rozdíl odpovídat sudému počtu půlvln světelného vlnění ($\Delta l = 2k\, \lambda/2$, $k = 0, 1, 2, ...$).

$$l_1 = 2\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + 4y^2}, l_2 = x$$

$$\Delta x = l_1 - l_2 = \sqrt{x^2 + 4y^2} - x = k\lambda$$



Obr. R6-55

R6.56 Příčinou vzniku interferenčního obrazce v podobě světlých (interferenční maximum) a tmavých proužků je odraz světla od dvou rozhraní klínové vrstvy vzduchu. Světlo prochází horní vrstvou skla (obr. R6-56 [6-18]) a částečně se od ní odráží. Světlo, které projde do vzduchové vrstvy, se odráží od dolního povrchu skleněné destičky a oba odražené paprsky interferují. Poněvadž index lomu skla je větší než index lomu vzduchu, mění se fáze paprsku při odrazu na rozhraní vzduchu a skla v opačnou a pro dráhový rozdíl obou paprsků ve vzdálenosti *x* od místa dotyku skleněných destiček platí:

$$\Delta s = 2d_x + \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Aby vzniklo interferenční maximum, musí být splněna podmínka

$$\Delta s = k\lambda, \quad (2)$$

kde $k = 1, 2, 3, ...$. Z obr. R6-56 [6-18] je také patrný vztah mezi průměrem *h* vlasu, jeho vzdáleností *l* od místa styku skel a veličin *x* a d_x:

$$\frac{h}{l} = \frac{d_x}{x} \Rightarrow d_x = \frac{h}{l}x$$

Z rovnic (1) a (2) dostaneme po úpravě vztah pro polohu světlého proužku:

$$x_k = \frac{(2k+1)\lambda l}{4h}$$

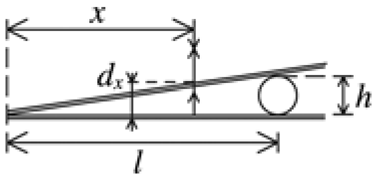
Podobně platí pro sousední proužek, jemuž odpovídá dráhový rozdíl o λ větší, popř. menší:

$$x_{k+1} = \frac{(2k+1)\lambda l}{4h}$$

Pro vzájemnou vzdálenost proužků, které jsou rovnoběžné s osou vlasu, platí:

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda l}{2h}$$

Poněvadž všechny tyto veličiny mají pro danou situaci konstantní hodnotu, jsou světlé proužky (ale i tmavé proužky) ve stejných vzájemných vzdálenostech.



Obr. R6-56

R6.57 λ = 600 nm = 6,0 · 10^{-7} m, Δx = 4,0 · 10^{-3} m; α = ?

Využijeme obecné řešení z úlohy 6.56:

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{2h}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{h}{l} = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{\lambda}{2\Delta x} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{rad}$$

R6.58 Mýdlový roztok stéká k dolní části rámečku, kde je tloušťka mýdlové vrstvy větší. Proto má interferenční obrazec podobu proužků. Poněvadž vzdálenosti proužků nejsou pravidelné, nemá vrstva přesně klínový tvar.

R6.59 b_1 = 0,020 mm = 2,0 · 10^{-5} m, b_2 = 0,010 mm = 1,0 · 10^{-5} m

$$b \sin\alpha = k\lambda \ \Rightarrow \alpha = \arcsin\frac{k\lambda}{b}$$

$$\alpha \sim \frac{1}{b}$$

Poněvadž $b_2 < b_1$, vzdálenost ohybových maxim se zvětší.

R6.60 b = 3 · 10^{-4} cm = 3 · 10^{-6} m, λ = 550 nm = 5,5 · 10^{-7} m, k = 1, 2, 3; α = ?

$$b \sin\alpha = k\lambda$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{b} = 0{,}18, \alpha_1 \approx 10{,}6°$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\lambda}{b} = 0{,}37, \alpha_2 \approx 21{,}5°$$

$$\sin\alpha_3 = \frac{3\lambda}{b} = 0{,}55, \alpha_3 \approx 33{,}4°$$

R6.61 a = 3 · 10^{-6} m, λ = 5,5 · 10^{-7} m, k = 2, 3; y = ?

Pro úhel α_k směru, v němž vzniká ohybové maximum na optické mřížce s periodou a osvětlené světlem o vlnové délce λ, platí:

$$\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{b} \quad (1)$$

Z obr. R6-61 [6-20] je zřejmé, že platí také:

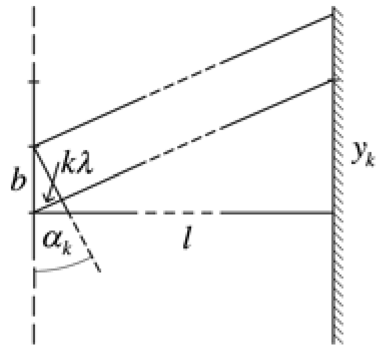
$$\sin\alpha_k = \frac{y_k}{\sqrt{l^2 + y_k^2}} \quad (2)$$

Z rovnic (1) a (2) úpravou dostaneme pro polohu *k*-tého interferenčního maxima:

$$y_k = \frac{k\lambda l}{\sqrt{b^2 - k^2\lambda^2}}$$

Pro vzájemnou vzdálenost 2. a 3. interferenčního maxima platí:

$$y = y_3 - y_2 = \lambda l\left(\frac{3}{\sqrt{b^2 - 9\lambda^2}} - \frac{2}{\sqrt{b^2 - 4\lambda^2}}\right) \approx 31{,}7\ \text{cm}$$



Obr. R6-61

R6.62 Z obecného řešení v úloze 6.61 vyplývá, že poloha ohybového spektra určitého řádu

$$y_k = \frac{k\lambda l}{\sqrt{b^2 - k^2\lambda^2}}.$$

Tzn. $y_k \sim l$; při zvětšení vzdálenosti stínítka od mřížky se vzdálenost ohybových maxim se zvětší.

R6.63 $\lambda_f = 400\ \text{nm} = 4{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $\lambda_č = 760\ \text{nm} = 7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $k = 2$, $k = 3$; $\Delta\lambda = ?$

Určíme největší úhel pro maximum 2. řádu:

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\lambda_č}{b}$$

Určíme vlnovou délku spektra 3. řádu pro úhel α_2:

$$\lambda = \frac{b\sin\alpha_2}{3} = \frac{2}{3}\lambda_č \approx 5{,}1\cdot 10^{-7}\ \text{m} = 510\ \text{nm}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_č = 110\ \text{nm}$$

R6.64 $b = 10^{-3}\ \text{m}/120 = 8{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$, $2\alpha = 8°$, $k = 1$; $\lambda = ?$

$\lambda = b \sin \alpha \approx 5{,}8 \cdot 10^{-7}$ m = 580 nm

R6.65 $l = 1{,}0$ m, $\lambda = 760$ nm $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, $x = 15{,}2$ cm $= 0{,}152$ m, $k = 1$, tg $\alpha \approx \sin \alpha$; $b = ?$

$$b \sin\alpha = k\lambda$$

$$b = \frac{\lambda}{\sin\alpha} \approx \frac{\lambda}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\lambda l}{x} \approx 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

R6.66 $\lambda_1 = 380$ nm $= 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m, $\lambda_2 = 760$ nm $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, $b = 0{,}01$ mm $= 10^{-5}$ m, $l = 3$ m, tg $\alpha \approx \sin \alpha$; $\Delta x = ?$

$$\lambda_1 = b\sin\alpha_1 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_1 = b\frac{x_1}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{l\lambda_1}{b}$$

$$\lambda_2 = b\sin\alpha_2 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_2 = b\frac{x_2}{l} \Rightarrow x_2 = \frac{l\lambda_2}{b}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{l}{b} = \left(\lambda_2 - \lambda_1\right) \approx 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 11\,\mathrm{cm}$$